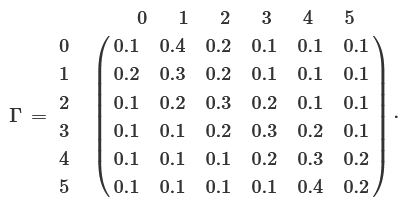
CADEIAS DE MARKOV - TRABALHO 1

Willian Meira Schlichta - GRR20159077

5 de agosto de 2020

**Exercício 01**.Uma matriz de transição para o número de linhas telefónicas ocupadas. Suponha que o número de linhas usadas nos tempos 1, 2, … formem uma Cadeia de Markov com matriz de probabilidades de transição estacionária. Essa cadeia possui seis estados possíveis 0, 1, …, 5, onde é o estado no qual exatamente linhas estão sendo usadas em um determinado momento (i=0,1,⋯,5). Suponha que a matriz de transição Γ seja a seguinte:



1. Supondo que todas as cinco linhas estejam em uso em um determinado momento de observação, determinar a probabilidade de que exatamente quatro linhas serão usadas no próximo tempo de observação.
2. Supondo que nenhuma linha esteja em uso em um determinado momento, determinar a probabilidade de que pelo menos uma linha esteja em uso no próximo momento de observação.

**Exercício 02**. Mostre que o seguinte processo auto-regressivo é um processo Markov: , e , onde são variáveis aleatórias independentes e igualmente distribuídas.

onde são variáveis aleatórias

De

Observamos que:

Da fórmula de Bayez temos que P(A/B)= = P(A)

Então:

Como as variáveis são independentes, a equação acima pode reescrita como:

Como dependem somente do instante anterior, é uma cadeia de Markov

**Exercício 05**. Seja {} a sequência de médias amostrais calculadas a partir de , uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, isto é, ⋅

1. É {} um processo de Markov?

Sim.

\*

\*\*

em que

Com isso temos que:

Logo temos que:

1. Se a resposta à primeira parte é sim, encontrar a probabilidade de transição .

dado que temos:

Então:

sendo

**Exercício 19**. Seja {} uma Cadeia de Markov. Mostre que ⋅

Para demonstrar, utilizaremos a notação de probabilidade condicional:

Assim verificamos que tendo informação do estado atual, os estados passados não influem no próximo instante.